**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**CENTRO TECNOLÓGICO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISCIPLINA EMC 5412 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

**TRABALHO 4**

**TRABALHO SOBRE FORMULAÇÃO IMPLÍCITA**

**Professor: António Fábio Carvalho da Silva**

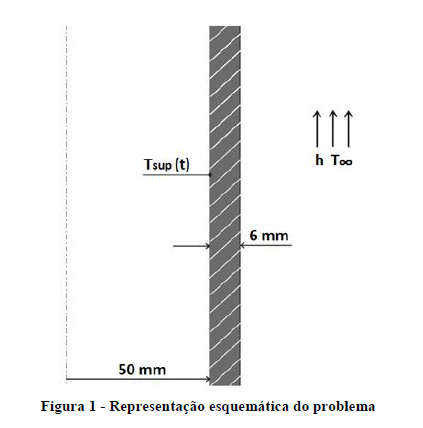
**Aluno: Gusttav Bauermann Lang**

**Matrícula: 13200534**

**Florianópolis, 28 de Abril de 2017**

1. Problema Proposto

Considere um longo cilindro de alumínio ( =2700kg/m³, = 900J/kg.°C , k = 230W/m.°C ) com raio interno igual a 50mm e espessura de parede igual a 6mm. A superfície interna de um cilindro está perfeitamente isolada enquanto a superfície externa escoa água a 80 °C. Nesta situação inicial admita que a temperatura do cilindro seja uniforme e igual a 80 °C.



No instante t = 0 a superfície interna do cilindro passa a variar de acordo com:



com em °C e t em s.

Admitindo que o coeficiente de transferência de calor por convecção h entre a superfície externa do cilindro e a água seja igual a , obtenha a distribuição de temperatura no cilindro até que, obedecido algum critério, seja alcançado o regime transiente periódico. Adote a formulação totalmente implícita e resolva os sistemas de equações lineares pelo TDMA.

1. Desenvolvimento

A distribuição de temperatura em uma parede pode ser determinada através da resolução da equação do calor. Para uma situação em regime transiente, a equação do calor em um cilindro pode ser descrita pela seguinte equação:

Para a resolução deste problema são adotadas as seguinte hipóteses:

* Condução unidimensional na direção radial;
* Propriedades térmicas do material da parede são constantes;
* Não há geração interna de calor;

Aplicando estas hipóteses, a equação pode ser reescrita da seguinte forma:

Conforme visto em sala de aula, a equação discretizada pode ser resumida em:

onde o superíndice 0 é referente a variável no instante de tempo anterior e os coeficientes da equação são:

A extremidade esquerda da parede está sob condição de temperatura prescrita, assim para este volume de controle de fronteira é utilizada a seguinte equação:

onde,

Já a extremidade direita da parede está exposta à convecção do ambiente externo, assim, para este volume de controle de fronteira, a equação do calor discretizada no espaço e no tempo pode ser escrita da seguinte maneira:

onde,

Pode-se montar um sistema linear de N equações a partir das equações descritas acima. Para resolver este problema pela formulação totalmente implícita será utilizado o método TDMA (TriDiagonal Matrix Algorithm).

Este processo de marcha no tempo deverá ser executado até que o regime transiente periódico seja atingido, para isto será utilizado o seguinte critério de convergência:

Onde é a diferença de temperatura com um período de diferença para o último volume de controle e um valor definido pelo programador.

1. Resultados

Primeiramente, foi desenvolvida uma análise discretizando o cilindro com uma malha igualmente espaçada em 5 volumes de controle. Para avaliar o comportamento do perfil de temperatura em cada volume de controle ao longo do tempo é importante adotar um passo de tempo (ou time step) que seja menor que o período de oscilação da temperatura prescrita na superfície interna do cilindro. Este período é de 0,04 s, assim foi adotado um passo de tempo 20 vezes menor que o período de oscilação, logo

Deste modo, foi elaborado um algoritmo na linguagem de programação do software Python, sendo que a rotina central para determinação do perfil de temperaturas se encontra no apêndice, onde também foi colocado a sub-rotina previamente desenvolvida para resolução do sistema de equações pelo método do TDMA.

Nesta análise, para determinar quando o algoritmo chegaria no regime transiente periódico, foi adotado um critério de convergência global de . Desta forma, o regime transiente periódico foi alcançado dentro de aproximadamente 1,18 s. O comportamento do perfil de temperatura de todos volumes de controle, pode ser observado na Figura 2.

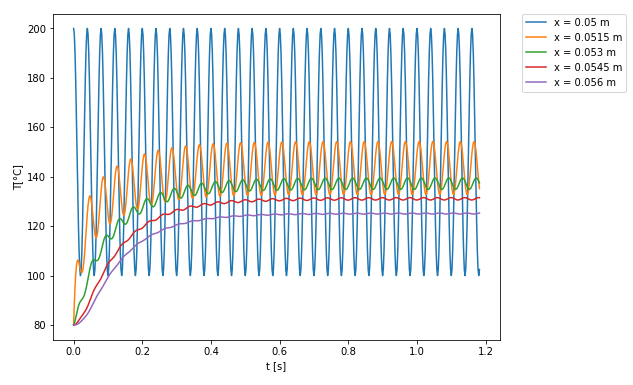


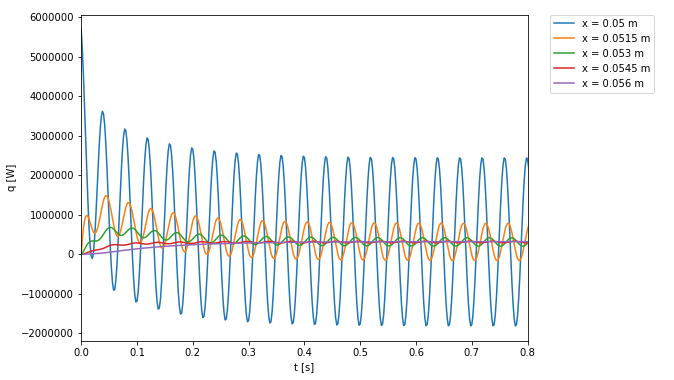
Figura 2 **Perfil de temperaturas dos volumes de controle do cilindro**

Percebe-se na Figura 2 que quanto mais próximo o volume de controle estiver da superfície de temperatura prescrita, maior será a amplitude de variação da temperatura ao longo do tempo, como para os volumes de controle 2 e 3, enquanto para os volumes de controle mais distantes, 4 e 5, esta amplitude diminui significativamente.

O calor transferido ao longo de uma superfície cilíndrica pode ser determinado através da lei de Fourier:

Enquanto o fluxo de calor é dado pela seguinte expressão:

Assim, para este caso, pode-se analisar o comportamento destas duas grandezas ao longo do tempo para os cinco volumes de controle. Os resultados para os primeiros 0,8 segundos podem ser observados na Figura 3.



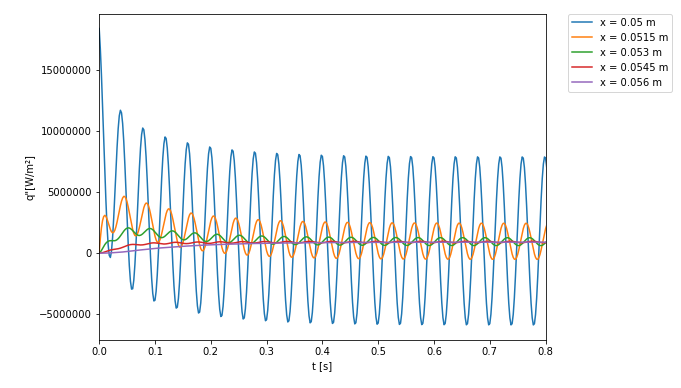


Figura 3

Tal como a temperatura em cada volume de controle, ambas estas grandezas irão variar ao longo do tempo. Ao mesmo passo que a amplitude da temperatura diminui ao longo da espessura do raio, a amplitude da taxa de transferência de calor e do fluxo de calor diminuem conforme se aproximam do raio externo, ou seja, dos volumes de controle 1 para o 5. Nota-se principalmente que entre o primeiro e o segundo volume de controle o fluxo de calor e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento alternam seu valor periodicamente. O que indica que hora o fluxo de calor esta indo da superfície interna para a superfície externa e hora parte do fluxo ao longo da espessura do cilindro esta indo para a superfície externa e outra parte para a superfície interna do cilindro, devido a temperatura prescrita na superfície interna do cilindro variar periodicamente.

Ainda para este caso, pode-se verificar a influência do passo de tempo nos resultados obtidos, adotando um passo de tempo 100 vezes menor do que o período da temperatura prescrita da superfície interna do cilindro, assim , e utilizando o mesmo critério de convergência global de .

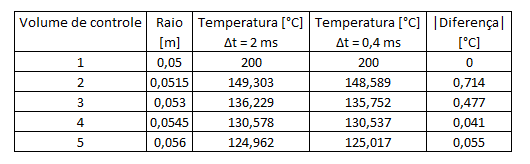
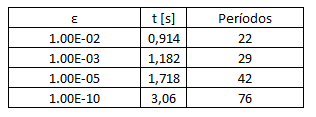


Tabela 1 **Comparação da temperatura no instante t=1,16 s para passos de tempo diferentes**

Para a malha temporal mais refinada, a convergencia foi alcançada 1,1736 s, ao invés de 1,182 s

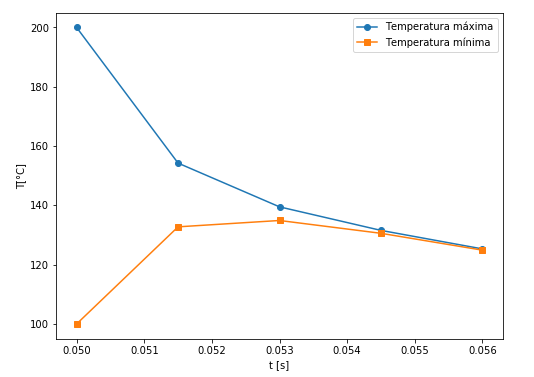
Comparando os dois passos de tempo, pode-se observar que a diferença de temperatura obtida é relativamente baixa. Esta diferença pode ser causada devido a discretização do cilindro ser realizada com uma quantidade muito baixa de volumes de controle.

Para o primeiro caso apresentado, com passo de tempo de , foi feita uma análise verificando o tempo necessário para que a condição de regime transiente periódico seja atingida. Nesta análise será avaliado o critérios de convergência. Os resultados podem ser observados na tabela 2.

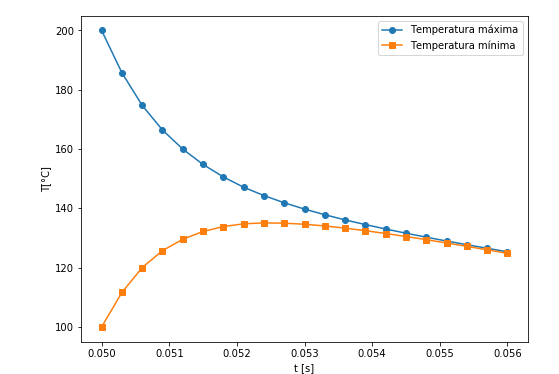


Com esta análise, pode-se observar que quanto mais rigoroso é o critério de convergência global maior é o tempo necessário para que o regime transiente periódico seja atingido, o que eleva a quantidade de marchas no tempo necessárias para sua determinação.

Por último, será avaliada a amplitude da temperatura ao longo do raio do cilindro, ou seja, o perfil das temperaturas máximas e mínimas para duas malhas diferentes quando o regime permante periódico já foi atingido.



Figura



Figura

O refino na malha permite observar melhor a diminuição da amplitude de variação da temperatura ao longo do raio do cilindro quando é atingido o regime transiente periódico. Esta malha de 17 de volumes de controle possui volumes de controle centrados exatamente nos mesmos 5 volumes de controle do primeiro caso.

Plotar medias? Escrever algo sobre a diferença de T para as 2 malhas

1. Conclusão

Com o desenvolvimento deste trabalho, foi possível compreender melhor a transferência de